



Productos notables

Los productos notables son **productos que cumplen reglas fijas y cuyo resultado puede ser escrito por simple inspección**, es decir, sin verificar la multiplicación. Estas operaciones son fáciles de recordar sin necesidad de efectuar la multiplicación correspondiente.

1. Cuadrado de la suma de dos cantidades

$$(a + b)^2$$

Cuando tenemos dos cantidades **a** y **b**, cuya suma está elevada al cuadrado, lo que realmente se pide es que se multiplique la suma por si misma:

$$(a + b)^2 = (a + b)(a + b)$$

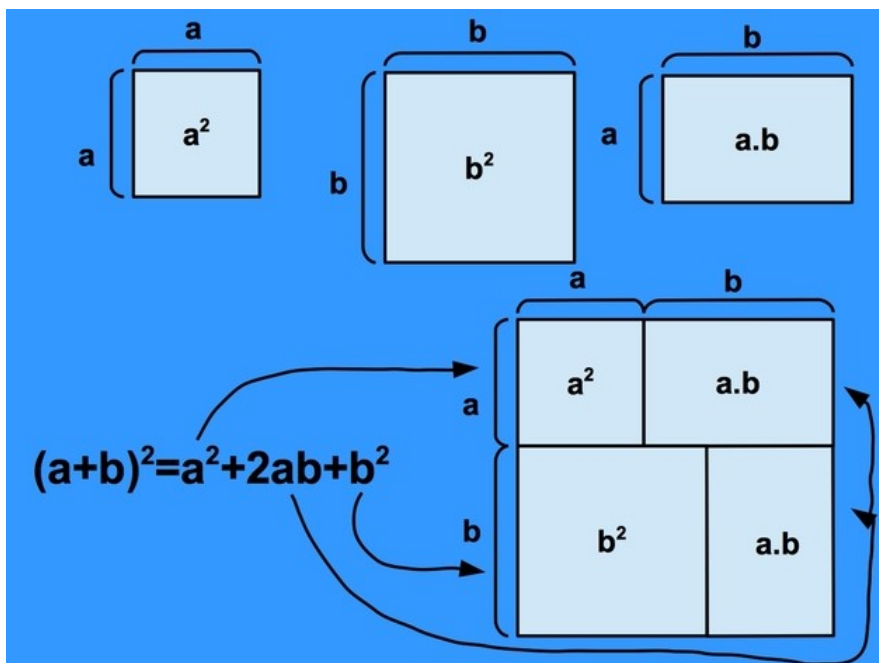
Esta multiplicación se efectúa de la siguiente forma:

$$(a + b) \cdot (a + b) = a \cdot a + a \cdot b + b \cdot a + b \cdot b = \\ a^2 + 2ab + b^2$$

Regla del cuadrado de la suma de dos cantidades

El cuadrado de la suma de dos cantidades es igual al cuadrado de la primera cantidad, más dos veces la primera cantidad por la segunda, más el cuadrado de la segunda cantidad.

Representación gráfica del cuadrado de la suma de dos cantidades



El cuadrado de la suma de **a** y **b** se representa como un cuadrado compuesto por los cuadrados de **a** y de **b** y dos rectángulos cuyos lados son **a** y **b**.

Podemos representar gráficamente el cuadrado de la suma de dos cantidades cuando los valores son positivos. Así, la suma de dos cantidades positivas al cuadrado será igual

a la suma de:

- un cuadrado con sus lados iguales a la primera cantidad;
- un cuadrado con sus lados iguales a la segunda cantidad, y
- dos rectángulos cuyos lados son iguales a la primera y la segunda cantidad.

Como podemos ver, el cuadrado resultante tendrá un área igual a **(a+b)** por **(a+b)**=
(a+b)²

Ejemplos con solución paso a paso

1) Desarrolle $(x+10)^2$.

- Cuadrado del primer término: x^2 .
- Dos veces el primero por el segundo: $2(x)(10)=20x$.
- Cuadrado del segundo término: $10^2=100$.

Respuesta:

$$(x + 10)^2 = x^2 + 20x + 100$$

2) Desarrolle $(7a^2+5x^3)^2$.

- Cuadrado del primer término: $7^2(a^2)^2=49a^4$.
- Dos veces el primero por el segundo: $2(7a^2)(5x^3)= 70a^2x^3$.
- Cuadrado del segundo término: $(5)^2(x^3)^2=25x^6$.

Respuesta:

$$(7a^2 + 5x^3)^2 = 49a^4 + 70a^2x^3 + 25x^6$$

2. Cuadrado de la diferencia de dos cantidades

$$(a - b)^2$$

Cuando tenemos dos cantidades **a** y **b**, cuya resta está elevada al cuadrado, lo que realmente se pide es que se multiplique la resta por si misma:

$$(a - b)^2 = (a - b) \cdot (a - b)$$

Esta multiplicación se efectúa de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}(a - b) \cdot (a - b) &= a \cdot a + (a) \cdot (-b) + (-b) \cdot (a) + (-b) \cdot (-b) \\ &= a^2 - 2ab + b^2\end{aligned}$$

Recordemos que dos números negativos cuando se multiplican, el signo resultante es positivo:

$$(-b) \cdot (-b) = b^2$$

Regla del cuadrado de la resta de dos cantidades

El cuadrado de la resta de dos cantidades es igual al cuadrado de la primera cantidad, menos dos veces el primer término por el segundo término, más el cuadrado de la segunda cantidad.

Ejemplos con solución paso a paso

Ejemplos con solución paso a paso

1) Desarrolle $(x-10)^2$.

- Cuadrado del primer término: x^2 .
- Menos dos veces el primero por el segundo: $-2(x \cdot 10) = -20x$.
- Cuadrado del segundo término: $10^2 = 100$

Respuesta:

$$(x - 10)^2 = x^2 - 20x + 100$$

2) Desarrolle $(7a^2-5x^3)^2$.

- Cuadrado del primer término: $7^2(a^2)^2 = 49a^4$.
- Menos dos veces el primero por el segundo: $-2(7a^2)(5x^3) = -70a^2x^3$.
- Cuadrado del segundo término: $(5)^2(x^3)^2 = 25x^6$.

Respuesta:

$$(7a^2 - 5x^3)^2 = 49a^4 - 70a^2x^3 + 25x^6$$

3. Producto de la suma por la diferencia de dos cantidades (binomios conjugados)

$$(a + b)(a - b)$$

En este caso, la multiplicación se realiza de la siguiente forma;

$$\begin{aligned}(a + b)(a - b) &= a \cdot a + (a) \cdot (-b) + (b) \cdot (a) + (b) \cdot (-b) \\ &= a^2 - ab + ab - b^2 = a^2 - b^2\end{aligned}$$

Regla del producto de la suma por la resta de dos cantidades

La suma de dos cantidades multiplicada por su diferencia es igual al cuadrado del minuendo (en la diferencia) menos el cuadrado del sustraendo.

Ejemplos con solución paso a paso

1) Desarrolle $(x+1)(x-1)$.

- Cuadrado del minuendo: x^2 .
- Menos el cuadrado del sustraendo: $-(1^2) = -1$

Respuesta:

$$(x + 1)(x - 1) = x^2 - 1$$

2) Desarrolle $(5a+3a^2)(3a^2-5a)$.

- Cuadrado del minuendo: $(3a^2)^2 = 9a^4$
- Menos el cuadrado del sustraendo: $-(5^2a^2) = -25a^2$

Respuesta:

$$(5a + 3a^2)(3a^2 - 5a) = 9a^4 - 25a^2$$

4. Caso especial multiplicación de trinomios $(a+b+c)(a+b-c)$

Este producto lo podemos transformar en la suma de dos cantidades multiplicada por su diferencia:

$$\begin{aligned}(a+b+c)(a+b-c) &= [(a+b)+c][(a+b)-c] \\ &= (a+b)^2 - c^2 \\ &= a^2 + 2ab + b^2 - c^2\end{aligned}$$

Ejemplos de multiplicación de trinomios

1) Desarrolle $(x+y-2)(x+y+2)$.

$$\begin{aligned}(x+y-2)(x+y+2) &= [(x+y)-2][(x+y)+2] \\ &= (x+y)^2 - 2^2 \\ &= x^2 + 2xy + y^2 - 4\end{aligned}$$

2) Desarrolle $(a^2-2a+3)(a^2+2a+3)$.

$$\begin{aligned}(a^2-2a+3)(a^2+2a+3) &= [(a^2+3)-2a][(a^2+3)+2a] \\ &= (a^2+3)^2 - (2a)^2 \\ &= a^4 + 6a^2 + 9 - 4a^2\end{aligned}$$

5. Caso especial multiplicación de trinomios $(a+b+c)(a-b-c)$

En este caso se realiza lo siguiente:

- los términos negativos del trinomio se agrupan en paréntesis con el signo negativo delante, por lo que estos términos negativos pasan a ser positivos.
- Luego en el trinomio de las sumas se agrupan los mismos términos.

Esto queda de la siguiente forma:

$$(a-b-c)(a+b+c) = [a-(b+c)][a+(b+c)]$$

Ahora se puede desarrollar como un producto de la suma por la resta de dos cantidades:

$$\begin{aligned}[a+(b+c)][a-(b+c)] &= a^2 - (b+c)^2 \\ &= a^2 - (b^2 + 2bc + c^2) \\ &= a^2 - b^2 - 2bc - c^2\end{aligned}$$

Ejemplos de multiplicación de trinomios con números negativos

1) Desarrolle $(x+y+z)(x-y-z)$.

$$\begin{aligned}(x+y+z)(x-y-z) &= [x+(y+z)][x-(y+z)] \\ &= x^2 - (y+z)^2 \\ &= x^2 - (y^2 + 2yz + z^2) = x^2 - y^2 - 2yz - z^2\end{aligned}$$

2) Desarrolle $(x^3-x^2-x)(x^3+x^2+x)$.

$$\begin{aligned}(x^3-x^2-x)(x^3+x^2+x) &= [x^3-(x^2+x)][x^3+(x^2+x)] \\ &= x^6 - (x^2+x)^2 = x^6 - (x^4 + 2x^3 + x^2) \\ &= x^6 - x^4 - 2x^3 - x^2\end{aligned}$$

6. Cubo de la suma de dos cantidades

$$(a + b)^3$$

En el cubo de un binomio tenemos lo siguiente:

$$(a + b)^3 = (a + b)(a + b)(a + b) = (a + b)^2(a + b)$$

Podemos desarrollar el cuadrado de la suma y luego multiplicarlo por (a+b):

$$\begin{aligned}(a + b)^2(a + b) &= (a^2 + 2ab + b^2)(a + b) \\ &= a^3 + 2a^2b + ab^2 + a^2b + 2ab^2 + b^3 \\ &= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3\end{aligned}$$

Regla del cubo de la suma de un binomio

El cubo de la suma de dos cantidades es igual al cubo de la primera cantidad, más 3 seguido del cuadrado del primero por el segundo, más 3 seguido del primero por el cuadrado del segundo, más el cubo del segundo.

Ejemplos con solución paso a paso

1) Desarrolle $(a+2)^3$.

- Cubo del primer término: a^3 .
- Triple del cuadrado del primero por el segundo: $3a^2 \cdot 2 = 6a^2$.
- Triple del primero por el cuadrado del segundo: $3(a)(2)^2 = 12a$.
- Cubo del segundo término: $2^3 = 8$.

Respuesta:

$$(a + 2)^3 = a^3 + 6a^2 + 12a + 8$$

2) Desarrolle $(3+y^2)^3$.

- Cubo del primer término: $3^3 = 27$.
- Triple del cuadrado del primero por el segundo: $3(3)^2 y^2 = 27y^2$.
- Triple del primero por el cuadrado del segundo: $3(3)(y^2)^2 = 9y^4$.
- Cubo del segundo término: $(y^2)^3 = y^6$.

Respuesta:

$$(3 + y^2)^3 = 27 + 27y^2 + 9y^4 + y^6$$

7. Cubo de la resta de dos cantidades

$$(a - b)^3$$

En el cubo de un binomio con una resta tenemos lo siguiente:

$$(a - b)^3 = (a - b)(a - b)(a - b) = (a - b)^2(a - b)$$

Podemos desarrollar el cuadrado de la resta y luego multiplicarlo por (a-b):

$$\begin{aligned}
 (a-b)^2(a-b) &= (a^2-2ab+b^2)(a-b) \\
 &= a^3-2a^2b+ab^2-a^2b+2ab^2-b^3 \\
 &= a^3-3a^2b+3ab^2-b^3
 \end{aligned}$$

Regla del cubo de la resta de un binomio

El cubo de la diferencia de dos cantidades es igual al cubo del primer término, menos el triple del cuadrado de la primera por el segundo, más el triple del primero por el cuadrado del segundo, menos el cubo del segundo término.

Ejemplos con soluciones paso a paso

1) Desarrolle $(x-2)^3$.

- Cubo del primer término: x^3 .
- Menos el triple del cuadrado del primero por el segundo: $-3(x)^2 \cdot 2 = -6x^2$.
- Triple del primero por el cuadrado del segundo: $3(x)(2^2) = 12x$.
- Menos el cubo del segundo término: $-(2^3) = -8$.

Respuesta:

$$(x-2)^3 = x^3 - 6x^2 + 12x - 8$$

2) Desarrolle $(a^2-2b)^3$.

- Cubo del primer término: $(a^2)^3 = a^6$.
- Menos el triple del cuadrado del primero por el segundo: $-3(a^2)^2(2b) = -6a^4b$.
- Triple del primero por el cuadrado del segundo: $3(a^2)(2b)^2 = 12a^2b^2$.
- Menos el cubo del segundo término: $-(2b)^3 = -8b^3$.

Respuesta:

$$(a^2-2b)^3 = a^6 - 6a^4b + 12a^2b^2 - 8b^3$$

8. Producto de dos binomios con tres cantidades diferentes

$$\begin{aligned}
 (x+a)(x+b) \\
 (x-a)(x-b) \\
 (x+a)(x-b)
 \end{aligned}$$

Primer caso

$$\begin{aligned}
 (x+a)(x+b) &= (x)(x) + (x)(b) + (a)(x) + (a)(b) \\
 &= x^2 + (a+b)x + ab
 \end{aligned}$$

Segundo caso

$$\begin{aligned}
 (x-a)(x-b) &= (x)(x) + (x)(-b) + (-a)(x) + (-a)(-b) \\
 &= x^2 - (a+b)x + ab
 \end{aligned}$$

Tercer caso

$$\begin{aligned}
 (x-a)(x+b) &= (x)(x) + (x)(b) + (-a)(x) + (-a)(b) \\
 &= x^2 + (-a+b)x - ab
 \end{aligned}$$

Regla del producto de dos binomios con tres cantidades diferentes

El primer término del producto es el producto de los primeros términos de los binomios; en el segundo término del producto, el coeficiente es la suma o resta de los segundos términos de cada binomio y la x está elevada a la mitad del exponente que tiene la x en el primer término; el tercer término del producto es el producto de los segundos términos de los binomios.

Ejemplos con solución paso a paso

1) Desarrolle $(x+7)(x+2)$.

- Producto de los primeros términos de los binomios: $(x)(x)=x^2$.
- Suma de los segundos términos por el primer término: $(7+2)x=9x$.
- Producto de los segundos términos de los binomios: $(7)(2)=14$.

Respuesta:

$$(x + 7)(x + 2) = x^2 + 9x + 14$$

2) Desarrolle $(x+5)(x-2)$.

- Producto de los primeros términos de los binomios: $(x)(x)=x^2$.
- Suma de los segundos términos por el primer término: $[(5)+(-2)]x=3x$.
- Producto de los segundos términos de los binomios: $(5)(-2)=-10$.

$$(x + 5)(x - 2) = x^2 + 3x - 10$$

3) Desarrolle $(x-10)(x-5)$.

- Producto de los primeros términos de los binomios: $(x^2)(x)=x^3$.
- Suma de los segundos términos por el primer término: $[(-10)+(-5)]x=-15x$.
- Producto de los segundos términos de los binomios: $(-10)(-5)=50$.

Respuesta:

$$(x - 10)(x - 5) = x^2 - 15x + 50$$

Vea también [Factorización](#).

Ejercicios resueltos

1. $(2x+2y)^2$

REVELAR

2. $(2mn+3)^2$

REVELAR

3. $(ax+5y)^2$



REVELAR

4. $(4x^2+m^2y)^2$



REVELAR

5. $(2x-y)^2$



REVELAR

6. $(ae^2-10)^2$



REVELAR

7. $(x^4-1)^2$



REVELAR

8. $(2n-3z)^2$



REVELAR

9. $(2a-1)(1+2a)$



REVELAR

10. $(y^2-3y)(y^2+3y)$



REVELAR

11. $(8xy+1)(1-8xy)$



REVELAR

12. $(2m+9)(2m-9)$



REVELAR

13. $(n-9)(n+10)$



REVELAR

14. $(x^2+5)(x^2+20)$



REVELAR

15. $(x-27)(x-7)$



REVELAR

16. $(ab+5)(ab-6)$



REVELAR



LECTURA RECOMENDADA

[Factorización](#)

[Leyes de los exponentes](#)

[Números reales](#)

[Jerarquía de operaciones](#)

[Ecuaciones cuadráticas o de segundo grado](#)

[¿Qué son las matemáticas?](#)

TEMAS RELACIONADOS